一般社団法人日本溶接協会　溶接情報センター
WE-COM 溶接技術者交流会
WE-COMマガジン
第28号（2018年4月発行）

特集：やさしい破壊力学

破壊力学とは？

JFE スチール株式会社
田 川　哲 哉

「破壊力学」とは英語の Fracture Mechanics の日本語訳であり、翻訳としては正解であるが、内容を適切に翻訳すると、「亀裂の力学」とよぶべきものである。だとすると、まずは「亀裂とは何か」を明確にしておく必要がある。現実は別として、破壊力学では「亀裂とは無限に鋭い切欠き」と定義される。つまり、隙間がまったくない断面欠損なのである。板に開けられた円孔は応力集中源になることはよく知られているが、破壊力学もそもそも円孔形状の断面欠損をペチャンコにつぶした形状にすると、円孔周辺の応力状態はどのようになるのか、という発想から始まっている。隙間のある円孔や切欠きといった応力集中源と違って、亀裂になると力学的に不可解なことがいくつも生じてくる。

まずは、厚さ t、幅 W の板に荷重 P_1 を加えた場合を考えよう。応力σは$\sigma=\frac{P_1}{W\cdot t}$ということになる。これを示したのが**図 1**(a)である。応力とは単位面積当たりの力であり、**図 1**(a)に示すように力線の密度（間隔）で直観的に理解できる。では、板厚は同じで幅が 2 倍、$2W$ の板に同じ応力を負荷した状態、**図 1**(b)を考えよう。応力が同じであるので、力線の密度も同じであり、断面積が 2 倍になった分、力線の本数は 2 倍になる。つまり、断面積が 2 倍になると、荷重 P_2=2 P_1 を加えた場合に同じ応力σとなる。応力σが材料強度σ_{cr}に到達したときが限界状態と考えると、**図 1** の場合、それぞれの耐荷重 P_{1f}、P_{2f}は P_{2f}=2P_{1f}ということになる。すなわち、「断面積が 2 倍になると耐荷重も 2 倍になる」わけで、相似則が成立する[*1]。これは材料力学で容易に理解できる。

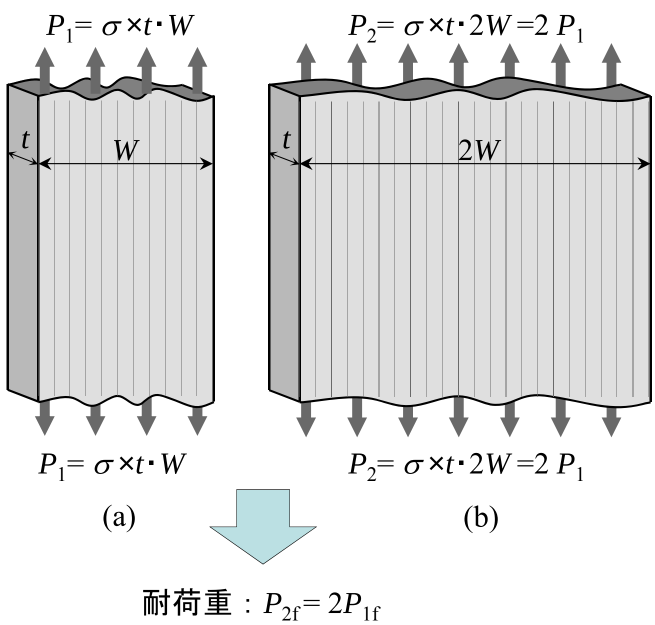
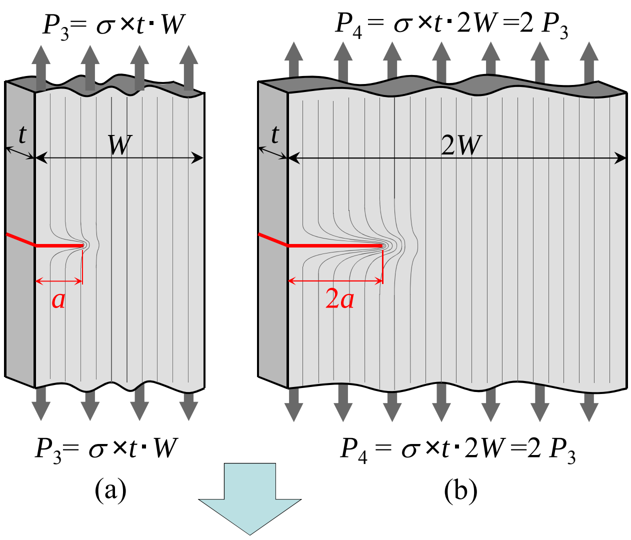


図 1　断面積が 2 倍の平板の耐荷重

では、この板に亀裂が存在する図 **2** ではどうなるか？図 **1** の場合と同じ応力σを図 **2**(a)に加えた場合を考えると、板端部では力線の密度は図 **1** と同じである。図 **1** の場合と同様に、亀裂の長さも含めて板幅が 2 倍になった板に等しい応力σが加わった状態、図 **2**(b)を考えてみよう。図 **2**(a)と(b)とでは、板幅は W と $2W$、亀裂部の実断面部は W-a と $2(W$-$a)$で、実断面積は 2 倍となっている。断面積が 2 倍になっているので、この場合にも、耐荷重に相似則が成り立つのかどうかを考えてみよう。力線で表した応力は板内部の力の流れであり、断面不連続である亀裂面を飛び超えて力線は流れ進むことはできない。従って、力線は亀裂を迂回することになる。亀裂先端を力線が迂回するため、亀裂先端では力線の密度が高くなる。すなわち、応力集中を生じる。図 **2**(a)、(b)を比較すると、亀裂から遠く離れた端部付近の力線の密度は等しいので、亀裂を迂回する力線の本数は亀裂長さが 2 倍になった図 **2**(b)では 2 倍になり、その分、亀裂先端近傍の力線は図 **2**(a)の場合よりも込み入ってくる。つまり、亀裂による応力集中の程度は図 **2**(b)の方が大きくなるのである。亀裂先端近傍の応力が材料強度に到達したときが限界状態と考えると、図 **2**(a)と(b)とで耐荷重は $P_{4f} \leq 2P_{3f}$ となることが予想される。すなわち、耐荷重に相似則は成り立たない[*2]。亀裂が存在すると、耐荷重などを材料力学で推定できなくなるのである。



耐荷重：$P_{4f} = 2P_{3f}$???

図 2　断面積が 2 倍の亀裂平板の耐荷重

図 **2**(a)と(b)の説明で、亀裂が存在すると、亀裂先端の応力集中には亀裂長さ a が関わるであろうことは理解できたと思う。では、両者の応力集中の程度の差異を定量的に表すにはどうしたらよいか。「破壊力学」はこれを考えるものである。

亀裂に限らず、断面欠損部には応力集中を生じる。図 **3** は長径 a、先端半径ρの楕円孔を有する平板の遠方に一定応力σが作用する場合の応力の状態を図 **1**、図 **2** と同様に力線を使って模式的に表したものである。楕円孔の断面欠損部の力線は楕円孔端を迂回し、楕円孔端に応力集中を生じる。この定性的な傾向は図 **2** と同様である。楕円孔端から十分離れた位置では、断面欠損による力線の乱れはほとんど生じず、応力は遠方からの負荷応力σと等しくなる。楕円孔端に集中した応力の最大値σ_{max}は次式で表される。

$$\sigma_{\max} = \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}}\right)\sigma \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

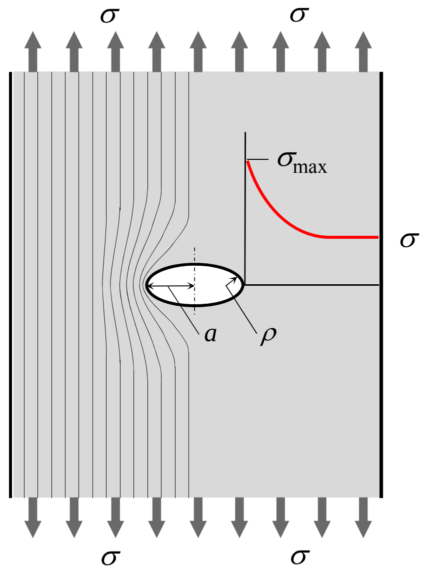


図 3　楕円孔の応力集中

(1)式からわかるように、応力集中の程度は断面欠損の大きさ a だけでなく、先端半径ρにも依存する。これは、力の流れが断面欠損の輪郭に沿って向きを変えるため、先端半径が大きい場合には断面欠損部のより手前から流れの方向を変えるためである。前述のとおり、亀裂は先端半径ρ=0 の楕円孔と定義される。(1)式において$\rho\rightarrow 0$ を数学的に考えると、局所的な応力の最大値σ_{max}はわずかな応力σを負荷した場合であっても、無限大に増幅されることになる。これは、亀裂のように隙間がまったくない断面欠損では力線は亀裂面にギリギリまで接近し、急激にその向きを変えることになるためである（図 **4** 参照）。同じ断面欠損であっても楕円孔が亀裂になると「無限大の応力」という不可解な状況をもたらすことになる。

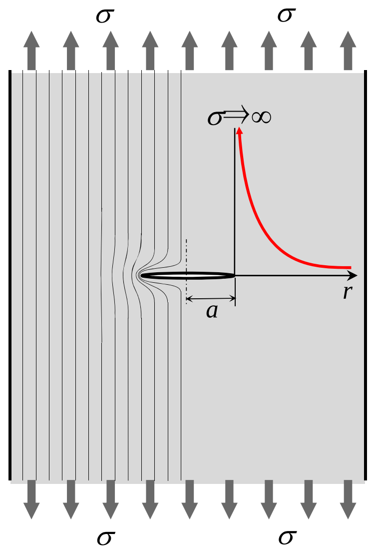


図 4　亀裂前方の応力分布

破壊力学では(1)式の基となる楕円孔近辺の応力分布を表す式に$\rho\rightarrow 0$ を数学的に考え、亀裂先端から距離 r の位置の局所応力σ_{local}を次式で表す。

$$\sigma_{local} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(2)式中の K は応力拡大係数と呼ばれ、$K=\sigma\sqrt{\pi a}$で表される。(2)式を用いても、r=0 すなわち亀裂先端では局所応力σ_{local}は無限大となる。少なくとも金属材料の場合には、亀裂先端が高応力になると塑性変形を生じ先端半径が大きくなるため、「無限大の応力」は生じていない。また、(2)式によると、亀裂から遠方（r=∞）では局所応力σ_{local}はゼロということになるが、遠方では亀裂の応力集中の影響がなくなり、負荷応力σとなっているはずである。すなわち、破壊力学では亀裂先端（r≒0）や遠方（r=∞）の応力には目をつぶり、亀裂先端近傍の領域の応力分布（特定位置の局所応力σ_{local}ではない）に着目し、分布応力の強さに対応する係数 K の値を亀裂先端近傍がさらされている応力の厳しさの尺度としている。

(1)式や(2)式は弾性変形を前提に考えられている。すなわち、亀裂先端近傍の応力分布が(2)式で表されるのであれば、その領域のひずみ分布は弾性率を介して(2)式に比例した分布となる。ひずみエネルギーは応力とひずみの積で表されることから、(2)式より亀裂先端近傍のひずみエネルギーは K^2 に対応した値となることが容易に類推できる。これをエネルギー解放率と呼んで、亀裂がわずかに進展した場合に解放されるエネルギーとして破壊じん性の尺度とされている。後述の亀裂や欠陥から発生するぜい性破壊の指標に応力拡大係数 K が応用されるのは、この考えが背景になっている。また、疲労亀裂進展の評価には疲労負荷の応力変動幅に応じた K 値変動幅、ΔK（応力拡大係数範囲）が用いられる。疲労亀裂進展は亀裂先端での繰返し塑性変形の累積に起因した現象と理解されている。亀裂先端近傍の塑性変形量はその周辺のひずみ分布と対応していると類推すると、疲労亀裂進展速度 da/dN が応力拡大係数範囲ΔK で整理できることが理解できる。

破壊力学は実構造に生じる疲労亀裂の進展量の推定やぜい性破壊に対する安全保証に利用される。**図 5** にその概念図を示す。

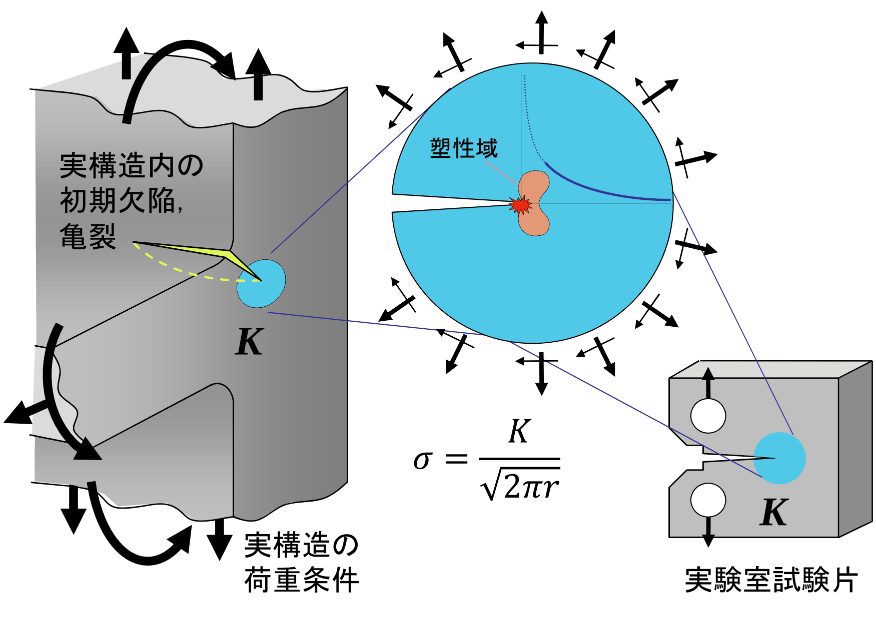


図 5　亀裂応力場の等価性と構造物の安全性評価

破壊力学試験片を用い実験室において対象材料の破壊事象を再現し、応力拡大係数 K 値を用いその限界値（ぜい性破壊の場合は破壊じん性 K_c）を評価する。ぜい性破壊にせよ疲労破壊にせよ、破壊事象の多くは(2)式で応力分布の記述できない塑性域内で生じるが、破壊を生じ得る領域周辺の応力分布は(2)式を介して K 値との対応がある。(2)式を用いると、亀裂や部材の寸法、曲げと引張などの異なる負荷形式、貫通亀裂や埋没亀裂といった亀裂形状に依存することなく、K 値の等しい亀裂先端近傍には等しい応力分布を生じていることになるため、実構造における想定亀裂、想定欠陥寸法 a と想定荷重（作用応力 σ）から計算される K 値が実験室で評価した限界値に到達した時点で同じ破壊事象を生じることが期待される[*3]。K 値により実構造に生じる疲労亀裂進展量の推定やぜい性破壊に対する安全保証ができるのは、(2)式を仲立ちに、亀裂の力学的駆動力に等価性があるからである。応力拡大係数 K は弾性力学を基礎としているため、亀裂も含めた部材の形状寸法と負荷荷重（応力）条件のみの関数で表され、また、様々な形状、荷重条件に対する K 値の解がハンドブックに整備されている。そのため、煩雑な計算を必要としない点も（線形）破壊力学による安全保証の特徴である。

以上が最も基本的な線形破壊力学の概要である。線形破壊力学とは背景にある概念に弾性体を前提にしているために、そのようによばれる。弾塑性体の金属材料に用いる場合は、適用変形範囲に上限が設定されているが、塑性化は亀裂のごく先端のみに限定され、亀裂を含む部材の変形挙動は弾性体と取り扱える範囲内と理解して大きな問題はない。線形破壊力学で取り扱えない範囲の変形レベルの問題に対しては、弾塑性破壊力学が用いられ、J 積分や CTOD（Crack Tip Opening Displacement、亀裂先端開口変位）といった応力拡大係数 K とは異なる破壊力学パラメータが用いられている。

付録解説

***1**

図 **1**(a)、(b)に示した問題において、円孔などの応力集中源があった場合でも、耐荷重には相似則が成り立つ。一般に幅の大きな平板に微小な円孔がある場合の応力集中係数 Kt（定義は図 **3** の σ_{max}/σ、上述の応力拡大係数 K とはまったく別モノ）は孔の寸法によらず Kt=3（式(2)で $a=\rho$ とした場合）となることが知られている。すなわち、円孔端に生じる最大応力を σ_{max} とすると σ_{max} =3σ となることを考えると、図 **1**(a)に円孔がある場合の最大応力 σ_{max1} は $\sigma_{max1} = 3\frac{P_1}{t \cdot W}$、図 **1**(b)に円孔がある場合の最大応力 σ_{max2} は $\sigma_{max2} = 3\frac{P_2}{t \cdot 2W}$ となる。円孔を有する平板の破損が円孔端の最大応力 σ_{max} が限界値 σ_{cr} に到達した場合に生じると考えると、破損時は次式が成り立つ。

$$\sigma_{max\,1} = \sigma_{max\,2} = \sigma_{cr}$$

したがって、$3\frac{P_1}{t \cdot W} = 3\frac{P_2}{t \cdot 2W}$ であるので、$P_2 = 2P_1$ となり、相似則が成り立つことになる。

図 **2** の問題で相似側が成り立たないのは、亀裂の先端半径が ρ =0 でありゼロは何倍してもゼロであるからである。

*2

図 2(a)、 (b)に示した問題において、限界状態が $K=K_c$ で記述されるとすると、**図 2**(a)の場合の応力拡大係数 K は、$K = \sigma\sqrt{\pi a}\cdot F(a/W)$ （脚注参照）となるので、耐荷重 P_3 は、

$$P_3 = \sigma \times t \cdot W = \frac{K_c}{\sqrt{\pi a}\cdot F(a/W)} \times t \cdot W$$

同様に考えると**図 2**(b)の耐荷重 P_4 は

$$P_4 = \sigma \times t \cdot 2W = \frac{K_c}{\sqrt{2\pi a}\cdot F(a/W)} \times t \cdot 2W$$

となるので、$P_4 = \sqrt{2}P_3 \approx 1.41P_3$となり、相似則は成り立たない。

脚注：$F(a/W)$は形状係数で、亀裂の形状、例えば亀裂長さ比 a/W などで決まる関数。**図 2** の問題の場合は、1.1 程度の値をとる。

*3

破壊力学に基づき、設計応力下における溶接欠陥からの疲労亀裂進展予測、ぜい性破壊の可能性の評価に関する計算手法 WES2805（日本溶接協会規格）が整備されており、その計算ツールは（http://www-it.jwes.or.jp/wes2805/index.jsp）に公開されている。ただし、WES2805 では対象とする現象の変形規模に配慮し、想定欠陥からの疲労亀裂進展には K 値、ぜい性破壊に対しては CTOD を用いている。

＜略歴＞

田 川　哲 哉（たがわ　てつや）

1988 年　名古屋大学　大学院　修士課程　修了
1994 年　博士（工学）　取得
2000 年　名古屋大学　工学研究科　准教授
2009 年　大阪大学　工学研究科　准教授
2015 年　JFE スチール株式会社　入社
　　　　現在に至る